

Capítulo 8

- **8. Autocorrelação**
- 8.1. Motivação e consequências
- 8.2. Modelos dinamicamente completos e ausência de autocorrelação
- 8.3. Testes para deteção de autocorrelação
- 8.4. Exemplos com aplicações empíricas

8.1. Motivação e consequências

- **Hipótese TS.5: ausência de autocorrelação**

$$Cov(u_t, u_s | \mathbf{X}) = Cov(u_t, u_s) = 0 \quad t \neq s$$

- Verifica-se muitas vezes a presença de **autocorrelação** no erro do modelo,

$$\exists t, s : Cov(u_t, u_s | \mathbf{X}) \neq 0 \quad t \neq s$$

- Muito comum:

$$Cov(u_t, u_{t+1} | \mathbf{X}) \neq 0 \quad \text{e} \quad Cov(u_t, u_{t+2} | \mathbf{X}) \neq 0$$

- **Consequências na estimação do OLS**

- ✓ Estimador OLS dos coeficientes é centrado mas não é eficiente
- ✓ Estimador OLS das variâncias (erros padrão) é inconsistente



Toda a inferência habitual é inválida

- ✓ ○ R^2 mantém a interpretação habitual

8.2. Modelos dinamicamente completos e ausência de autocorrelação

► Modelo dinamicamente completo

O modelo $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + u_t$ é dinamicamente completo se,

$$E(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots) = E(y_t | y_{t-1}, x_t, x_{t-1})$$

O modelo é dinamicamente completo se inclui todos os desfasamentos relevantes das variáveis explicativas e da variável dependente

► Propriedade dos modelos dinamicamente completos

Prova-se que:

- ✓ Se o modelo é dinamicamente completo então não tem autocorrelação
- ✓ Se o modelo não tem autocorrelação então é dinamicamente completo

8.3. Testes para deteção de autocorrelação

- ▶ **Teste para autocorrelação do tipo AR(1) e regressores estritamente exógenos**

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t \quad \text{e} \quad u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

O erro u_t não é conhecido ➡ substituir pelo resíduo

- ▶ **Procedimento de teste**

1. Estimar pelo OLS o modelo inicial: $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t$ ➡ \hat{u}_t (resíduos)
2. Regressão auxiliar de teste: OLS de $\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + v$
3. Testar

$$H_0 : \rho = 0 \quad H_1 : \rho \neq 0 \quad (\rho > 0)$$

- ▶ Se não se rejeitar H_0 então não há evidência de autocorrelação de ordem 1
- ▶ Se se rejeitar H_0 então há evidência de autocorrelação de ordem 1

8.3. Testes para deteção de autocorrelação

- ▶ Teste para autocorrelação do tipo AR(1) com qualquer tipo de regressores exógenos

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t$$

- ▶ Procedimento de teste

1. Estimar pelo OLS o modelo inicial: $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t \rightarrow \hat{u}_t$ (resíduos)
2. Regressão auxiliar de teste: OLS de $\hat{u}_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t1} + \dots + \alpha_k x_{tk} + \rho \hat{u}_{t-1} + v$
3. Testar

$$H_0 : \rho = 0 \quad H_1 : \rho \neq 0 \quad (\rho > 0)$$

- ▶ Se não se rejeitar H_0 então não há evidência de autocorrelação de ordem 1
- ▶ Se se rejeitar H_0 então há evidência de autocorrelação de ordem 1

8.3. Testes para deteção de autocorrelação

► Teste para autocorrelação AR(q) – teste de Breusch-Godfrey

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t$$

► Procedimento de teste

1. Estimar pelo OLS o modelo inicial: $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t \rightarrow \hat{u}_t$ (resíduos)

2. Regressão auxiliar de teste: OLS de $\hat{u}_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t1} + \dots + \alpha_k x_{tk} + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \rho_2 \hat{u}_{t-2} + \dots + \rho_q \hat{u}_{t-q} + v \rightarrow R_{\hat{u}}^2$

3. Testar

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_q = 0 \quad H_1 : H_0 \text{ falsa}$$

► Estatística de teste:

$$LM = nR_{\hat{u}}^2 \overset{\sim}{\sim} \chi^2(q) \quad \text{Rejeitar } H_0 \text{ se } LM_{obs} > \chi_{\alpha}^2 \text{ com } \chi_{\alpha}^2 : P(\chi^2(q) > \chi_{\alpha}^2) = \alpha$$

► Se não se rejeitar H_0 então não há evidência de autocorrelação de ordem q

► Se se rejeitar H_0 então há evidência de autocorrelação de ordem q